

Растяжение и сжатие.

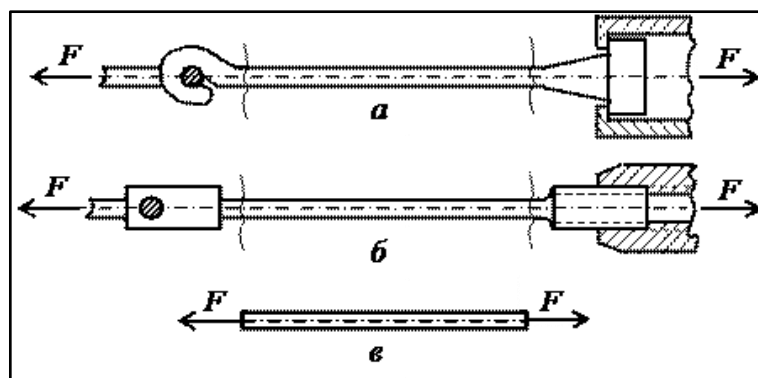
Продольные силы в поперечных сечениях

Растяжение (сжатие) – вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникают только продольные силы N , а прочие силовые факторы (поперечные силы, крутящий и изгибающий моменты) равны нулю.

Этот вид деформации наблюдается, когда внешняя нагрузка действует вдоль продольной оси стержня.

Продольной осью стержня называется линия, проходящая через центры тяжести поперечных сечений.

Передача усилий к стержню может быть осуществлена различными способами.



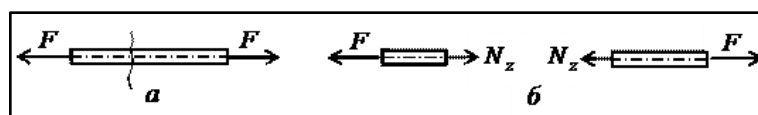
Растяжение стержня

Во всех случаях система внешних сил образует равнодействующую F , направленную вдоль оси стержня. Расчетная схема в рассматриваемых случаях (а, б) оказывается единой (в), согласно принципу Сен-Венана.

Если воспользоваться методом сечений, во всех поперечных сечениях стержня возникают нормальные силы N_z , равные силе F (б).

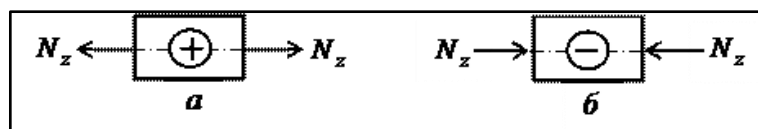
Сжатие отличается от растяжения только знаком силы N_z .

При растяжении нормальная сила N_z направлена от сечения (б), а при сжатии – к сечению.



Нормальная сила N

Растягивающие продольные силы принято считать положительными (а), а сжимающие – отрицательными (б).



Знак продольной силы N

При расчете стержней, испытывающий деформацию растяжения, на прочность и жесткость при статическом действии нагрузки, надо решить две основные задачи.

Это определение напряжений (от N_z), возникающих в стержне, и нахождение линейных перемещений в зависимости от внешней нагрузки.

Продольные силы (N_z), возникающие в поперечных сечениях стержня, определяются по внешней нагрузке с помощью метода сечений.

График, показывающий изменение продольных сил по длине оси стержня, называется **эпюрой продольных сил** (эп. N_z).

Он дает наглядное представление о законе изменения продольной силы.

Осью абсцисс служит ось стержня. Каждая ордината графика – продольная сила (в масштабе сил) в данном сечении стержня.

Эпюра позволяет определить, в каком сечении действует максимальное внутреннее усилие (например, найти N_{\max} при растяжении-сжатии). Сечение, где действует максимальное усилие будем называть опасным.

Перед построением эпюр необходимо освободить брус, в котором будем строить эпюры от опорных связей (выделить объект равновесия) и приложить к нему все действующие внешние силы (активные и реактивные).

Затем необходимо установить границы участков, в пределах которых закон изменения внутренних сил постоянный. Границами таких участков являются сечения, где приложены сосредоточенные силы или начинается и кончается распределенная нагрузка, а также сечения, где имеется перелом стержня.

Применяя метод сечений и учитывая правила знаков, получаем уравнения изменения внутренних сил в пределах длины каждого участка бруса.

Затем, используя, полученные зависимости строим графики (эпюры) этих усилий.

Ординаты эпюр в определенном масштабе откладываем от базисной линии, которую проводим параллельно оси бруса.

На основании метода сечений продольная сила в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций внешних сил, приложенных к стержню по одну сторону от рассматриваемого сечения, на его продольную ось.

Проекция внешней силы берется со знаком плюс, если сила растягивает часть стержня от точки ее приложения до рассматриваемого сечения и, наоборот, со знаком минус – если сжимает.

Напряжение в поперечных сечениях стержня

При растяжении или сжатии осевыми силами стержней из однородного материала поперечные сечения, достаточно удаленные от точек приложения внешних сил, плоскими и перемещаются поступательно в направлении деформации.

Это положение называют – гипотезой плоских сечений. Все точки какого-либо поперечного сечения стержня находятся в одинаковых условиях и, следовательно, напряжения распределяются по сечению равномерно.

Эти напряжения перпендикулярны поперечному сечению, а значит, являются нормальными напряжениями. Их значения найдем, разделив продольную силу N на площадь A : $\sigma=N/A$.

Продольная сила N с помощью метода сечений всегда может быть выражена через внешние силы. В формуле следует подставлять алгебраическое значение N , т.е. со знаком плюс в случае растяжения и со знаком минус в случае сжатия.

Расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии

Прочность стержня при осевом растяжении и сжатии обеспечена, если для каждого его поперечного сечения наибольшее расчетное (рабочее) напряжение σ не превосходит допускаемого $[\sigma]$: $\sigma=N/A \leq [\sigma]$,

где N – абсолютное значение продольной силы в сечении;

A – площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение при растяжении или сжатии для материала стержня.

Данное выражение определяет условие прочности при растяжении или сжатии.

С помощью этой формулы решается три вида задач (выполняется три вида расчета):

– Проверка прочности (проверочный расчет). При заданных продольной силы N и площади поперечного сечения A определяют рабочее (расчетное) напряжение и сравнивают его с допускаемым $[\sigma]$.

– Превышение рабочего (расчетного) напряжения не должно быть больше 5%, иначе прочность рассчитываемой детали считается недостаточной.

– Исходя из условия прочности можно определить необходимые размеры сечения, зная продольную силу N и допускаемое напряжение $[\sigma]$: $A \geq N/[\sigma]$.

– Допускаемое значение продольной силы в поперечном сечении стержня можно найти по формуле: $[N] \leq [\sigma] \cdot A$.

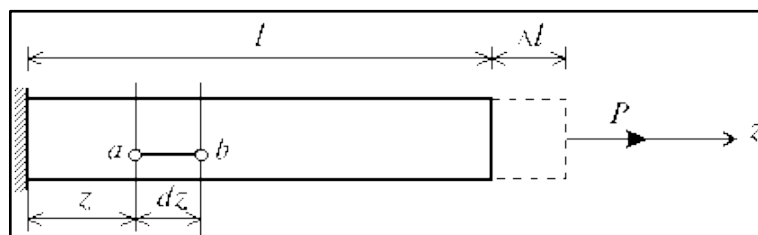
Допускаемые напряжения назначаются на основе результатов механических испытаний образцов соответствующих материалов.

Деформации и перемещения. Закон Гука

Рассмотрим однородный стержень с одним концом, жестко заделанным, и другим - свободным, к которому приложена центральная продольная сила.

До нагружения стержня его длина равнялась l – после нагружения она стала равной $l + \Delta l$ (см. рисунок).

Величину Δl называют абсолютной продольной деформацией (абсолютным удлинением) стержня. В большинстве случаев оно мало по сравнению с его первоначальной длиной l ($\Delta l \ll l$).



Абсолютное удлинение стержня

Если в нагруженном стержне напряженное состояние является однородным, т.е. все участки стержня находятся в одинаковых условиях, деформация ε остается одной и той же по длине стержня и равной $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$.

Величина ε называется относительной продольной деформацией.

В пределах малых деформаций при простом растяжении или сжатии закон Гука (нормальные напряжения в поперечном сечении прямо пропорциональны относительной линейной деформации ε):

$$\sigma = E\varepsilon$$

Величина E – коэффициент пропорциональности, модуль упругости материала первого рода (модуль продольной упругости). Его величина постоянна для каждого материала. Он характеризует жесткость материала, т.е. способность сопротивляться деформированию под действием внешней нагрузки. Так как величина ε безразмерная, то E – измеряется в тех же единицах измерения то и напряжение, т. е. в Паскалях (Па).

Значения модуля упругости E для некоторых конструкционных материалов

Материал	E , МПа
Сталь	$(1,9+2,2) 10^5$
Чугун	$(0,9+1,6) 10^5$
Медь (техническая) и ее сплавы (латунь, бронза)	$(1,0+1,3) 10^5$
Текстолит (ПТ, ПТК, ПТ-1)	$(6+10) 10^5$
Капрон	$(1,4+2,0) 10^3$
Каучук и резина	80

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

Удлинение (укорочение) при растяжении (сжатии) зависит от величины продольной силы N , поперечного сечения A стержня, его длины l и модуля продольной упругости E . Произведение EA называется жесткостью сечения стержня при растяжении (сжатии).

При растяжении и сжатии изменяются и поперечные размеры стержня. Поперечный размер, первоначально равный a , уменьшается до a_1 . Изменение поперечного размера $\Delta a = a - a_1$, а поперечная деформация равна $\varepsilon_{\perp} = \Delta a / a$.

Экспериментально установлено что отношение поперечной деформации к продольной при упругом растяжении или сжатии есть величина постоянная и обозначается

$$\mu: \mu = \varepsilon_{\perp} / \varepsilon$$

Продольные и поперечные деформации всегда противоположны по знаку. При растяжении, когда продольный размер стержня увеличивается, его поперечный размер уменьшается, и, наоборот, при сжатии продольный размер уменьшается, а поперечный – увеличивается.

Величина μ называется коэффициентом поперечной деформации, коэффициентом Пуассона.

Коэффициент поперечной деформации для некоторых материалов имеет значения:

сталь – 0,24-0,32,

медь – 0,31-0,35,

бронза – 0,32-0,35,

резина, каучук – 0,47.